

ДІАГНОСТУВАЛЬНА РОБОТА

8 клас, I семестр, Геометрія

Загальна інструкція щодо виконання роботи

Робота складається з 13 завдань.

Завдання 1.1; 2; 3; 9.1; 9.2; 10.2 — закритої форми, мають по чотири або по п'ять варіантів відповіді, позначених літерами (А, Б, В, Г, Д), серед яких лише один варіант правильний. У відповіді запишіть правильний, на вашу думку, варіант.

Завдання 1.2; 5; 6; 7; 9.3 та 12 — відкритої форми, потребують короткої розгорнутої відповіді. За потреби відповіді подавайте з одиницями виміру. Запишіть хід розв'язання, наведіть аргументи, пояснення відповідно до умови завдання. Відповіді вписуйте у спеціально відведеному місці.

Інші типи завдань, які входять до роботи передбачають:

- установлення істинності / хибності твердження - **завдання 4**;
- з однозначною відповіддю (Так / Ні) - **завдання 9.1; 11.1**
- встановлення послідовності (визначення порядку етапів розв'язання задачі) - **завдання 10**. До прикладу, запис відповіді $3 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 5$.
- на встановлення відповідності: **завдання 13** — установіть відповідність між об'єктами (1–3) і їх властивостями (А–Д). Відповідь запишіть у таблиці.

Робота містить завдання з кількома правильними варіантами відповідей:

У завданні 11.2 потрібно обрати **три правильні** варіанти з п'яти поданих (А–Е).

Починайте з тих завдань, які здаються вам легшими, щоб заощадити час для складніших. Перевіряйте свої обчислення, щоб уникнути помилок. Якщо умова завдання не зрозуміла, піднесіть руку, і вчитель пояснить. Перш ніж здати роботу, перевірте, чи виконані всі завдання і чи правильно оформлені відповіді.

Робота розрахована на 45 хвилин. Стежте за часом, щоб встигнути виконати всі завдання. Максимальна кількість балів - 12 балів за кожною групою результатів (ГР1, ГР2 та ГР3).

Працюйте уважно і самостійно, читайте уважно умову до кінця.

Не списуйте та не відволікайте інших.

Бажаємо успіху!

Виконайте завдання 1 - 13 , попередньо уважно ознайомлюючись з описом ситуації перед кожним із них. Зважте: важлива інформація може міститися саме в описі.

Інженери дорожнього руху та водії-аналітики мають гарантувати безпеку й ефективність руху, а також точність технічного обслуговування автомобіля. Геометрія дає змогу розраховувати кути повороту, траєкторії обгону, зони видимості та балансування коліс. Кожна помилка в розрахунках може стати причиною аварії чи несправності. Тому геометрична точність є запорукою безпечної дороги та надійності автомобіля!

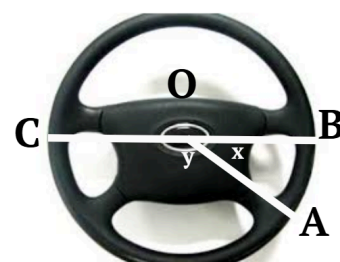


Рис. 1¹. Кермо автомобіля.

1. Кермо автомобіля має форму кільця з рейками, як зображено на рисунку 1. Нехай $\angle BOA = x$ та $\angle COA = y$, причому y на 60° більший за x .

1.1. Укажіть систему рівнянь (А - Г), за допомогою якої можна знайти числові значення x та y .

А	Б	В	Г
$\begin{cases} x = 60^\circ + y \\ x + y = 90^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} y - x = 60^\circ \\ x + y = 90^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} y - x = 60^\circ \\ x + y = 180^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 180^\circ \end{cases}$

Водій-експерт повинен знайти кути x та y на кермовій рейці (рисунок 1). Точний розрахунок цих кутів гарантує правильне калібрування механізму, що є критично важливим для безпеки, особливо при швидкісному маневруванні.

1.2. Допоможіть водію-експерту знайти величину кутів x та y .

¹ Рисунок 1. Кермо автомобіля. Примітка. Джерело: Створено автором.

Розв'язання:

Відповідь:

2. Для заміни пошкодженого трикутного важеля підвіски “ЛІВИЙ” (на рисунку 2 $\triangle ABC$) необхідно підтвердити, що запасний важіль “ПРАВИЙ” (на рисунку 2 $\triangle FED$) є симетричними. Для цього виміряли і порівняли величини елементів: $\angle A = \angle F$, $AB = FE$, $AC = DF$.

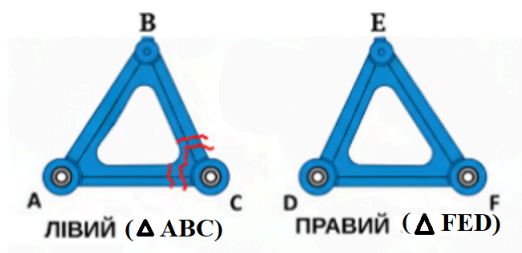


Рис. 2². Важіль підвіски.

Яку ознаку рівності трикутників застосували, щоб підтвердити рівність підвісок?

- А** За стороною і двома прилеглими кутами.
- Б** За трьома сторонами.
- В** За двома сторонами і кутом між ними.
- Г** За гіпотенузою і катетом.
- Д** За двома кутами і стороною.

Відповідь:

² Рисунок 2. *Важіль підвіски*. Примітка. Джерело: Створено автором.

3. Автомобіль рухається вгору по естакаді вздовж траєкторії АВ, як показано на рисунку 3. Кут підйому естакади, тобто кут між траєкторією руху АВ і горизонтальною поверхнею АС, $\angle A = 30^\circ$. $\triangle ABC$ — прямокутний ($\angle C = 90^\circ$).

Укажіть вираз для знаходження висоти естакади ВС за відомою довжиною пройденого шляху АВ?

А $BC = AB \cdot \frac{1}{2}$

Б $BC = AB \cdot \sqrt{3}$

В $BC = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

Г $BC = AB \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

Д $BC = 2 \cdot AB$

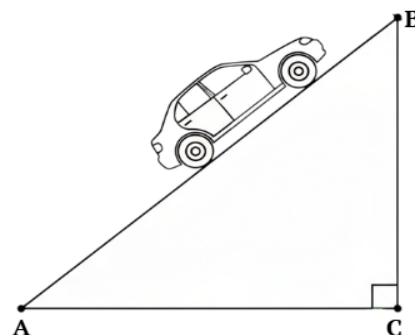


Рис. 3³. Рух автомобіля по естакаді.

Відповідь: _____

4. Потрібно провести швидку перевірку основних геометричних знань, необхідних для розрахунку траєкторій руху, кутів повороту та надійності трикутних елементів підвіски автомобіля.

Оцініть правильність тверджень, наведених нижче, обвівши відповіді “Так” або “Ні” в кожному рядку.

ТВЕРДЖЕННЯ	ВИБІР	
4.1. Сума внутрішніх кутів будь-якого трикутника дорівнює 180° .	Так	Ні
4.2. Зовнішній кут трикутника дорівнює сумі двох внутрішніх кутів, несуміжних з ним.	Так	Ні
4.3. У рівнобедреному трикутнику бісектриса, проведена з вершини до основи, є також висотою та медіаною.	Так	Ні
4. 4. Відрізок, що з'єднує центр кола з будь-якою точкою на колі, називається діаметром.	Так	Ні
4.5. Центр кола, описаного навколо прямокутного трикутника, лежить на середині його гіпотенузи	Так	Ні

³ Рисунок 3. Рух автомобіля по естакаді. Примітка. Джерело: Створено автором.

5. У комп'ютерній грі, яка реалістично відтворює механіку руху, автомобіль, яким ви керуєте, рухається дорогою 1 (див. *рисунк 4*). На перехресті траєкторія руху вашого автомобіля перетинається з дорогами 2 та 3. Відомо, що дорога 1 перпендикулярна до дороги 2, а при перетині доріг 1 і 3 утворюються вертикальні кути, сума яких дорівнює 140° . Який найменший кут повороту має здійснити автомобіль, щоб з'їхати з дороги 1 на дорогу 3?



Рис. 4⁴. *Перехрестя.*

Розв'язання:

Відповідь:

6. Бічне дзеркало закріплене на опорі, що має форму рівнобедреного трикутника ABC з основою AC. Кут при основі $\angle A$ на 48° більший, ніж кут при вершині $\angle B$. **Знайдіть градусну міру кута $\angle A$.**



Рис. 5⁵. Бічне дзеркало.

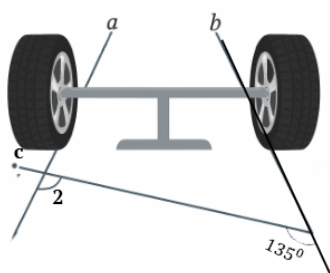
⁴ Рисунок 4. *Перехрестя*. Примітка. Джерело: Створено автором.

⁵ Рисунок 5. Бічне дзеркало. Примітка. Джерело: Створено автором.

Розв'язання:

Відповідь:

7. Для забезпечення ідеального зчеплення та запобігання зносу шин необхідно відрегулювати кути розвал-сходження передніх коліс. За нормами, зовнішні лінії коліс (а і b) мають бути паралельними, але наразі вони перетинаються з внутрішньою лінією (с).



Якої величини мав би бути кут 2 (див. рисунок 5), щоб лінії коліс а і б стали паралельними, за умови, що кут $\angle 1$ дорівнює 135° ? (Рисунок 6 показує загальне розташування, а не точні значення кутів і відстаней)

Рис. 6⁶. Схема кутів коліс.

Розв'язання:

⁶ Рисунок. 6. *Схема кутів коліс*. Примітка. Джерело: Створено автором.

1. Зазначити, що $\angle A = \angle C$ (за властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника).
2. Знайти внутрішній кут $\angle C$ (за властивістю суми суміжних кутів).
3. Записати вираз для знаходження $\angle B$ ($\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$).
4. Обчислити значення кута $\angle B$.
5. Використати теорему про суму кутів трикутника (Сума кутів трикутника дорівнює 180°).

Відповідь: (послідовність кроків): ____ \rightarrow ____ \rightarrow ____ \rightarrow ____ \rightarrow ____

10.2. Знайдіть кут при вершині В.

А	Б	В	Г	Д
20°	30°	40°	50°	70°

11. Водій-аналітик виконує аналіз траєкторії руху автомобіля на складному перехресті. (див. **рис. 8**) Під час аналізу виникає дискусія між водієм та інспектором з питань навігації. Інспектор стверджує, що вертикальні кути $\angle 1$ і $\angle 2$, які утворилися при перетині траєкторій руху, не можуть бути одночасно рівними 90° , оскільки це призведе до обмежень руху (порушення стабільності руху) та може спричинити аварійну ситуацію на даній ділянці. Допоможіть вирішити дискусію-суперечку.

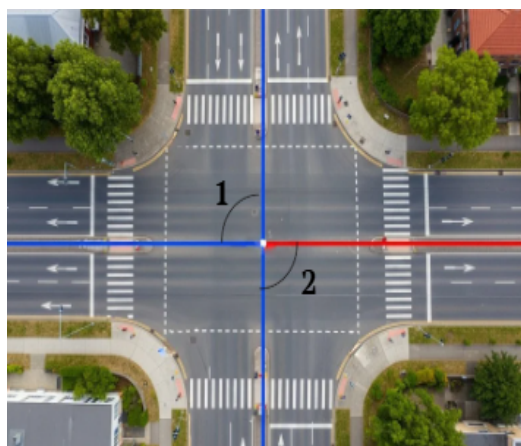


Рис. 8⁸. Аналіз траєкторій.

11.1. Чи є заява інспектора про порушення стабільності руху правильною, якщо кут між траєкторіями руху дорівнюватиме 90° ? Оберіть варіант відповіді.

- А Так, мав рацію.
- Б Ні, помилився.

Відповідь: _____

11.2. Які три помилки (з точки зору геометрії та механіки) допустив інспектор, стверджуючи, що вертикальні кути α і β при перетині траєкторій не можуть бути рівними 90° ? Оцініть твердження, наведені нижче, обвівши

⁸ Рисунок 8. Аналіз траєкторій. Примітка. Джерело: Створено автором.

2	Точка перетину трьох серединних перпендикулярів, проведених до сторін трикутника		Б	точка, рівновіддалена від сторін трикутника (<i>центр вписаного кола</i>)
3	Точка перетину бісектрис трикутника		В	точка, рівновіддалена від вершин трикутника (<i>центр описаного кола</i>)
			Г	точка ділить кожну медіану трикутника у співвідношенні 2:1, рахуючи від вершини (<i>центр мас трикутника</i>)
			Д	точка перетину прямих, що містять висоти трикутника (<i>ортоцентр трикутника</i>)

Відповідь:

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Увага!

Перевірте, чи виконано всі завдання, і здайте роботу вчителю / вчительці.

Якщо у вас залишився час — перевірте відповіді, у яких сумніваєтеся, а також переконайтеся, що ви зафіксували всі відповіді.