

ПІДСУМКОВА СЕМЕСТРОВА РОБОТА

8 клас, I семестр, Геометрія

ОЦІНЮВАННЯ РОБОТИ

Загальна характеристика роботи

Роботу побудовано навколо стимульного матеріалу — роботи молодих архітекторів та будівельників над проектом з реконструкції Стрийського парку у Львові, де потрібно застосувати знання й уміння з геометрії.

Загалом робота містить **13** завдань різних типів, однак деякі завдання, а саме 1; 7; 9 та 13 містять кілька підзавдань (загальна кількість яких 9).

- ☐ Завдання 3; 4; 6 — закритої форми, мають по три, чотири, п'ять або шість варіантів відповідей, позначені літерами, серед яких лише один варіант правильний. У відповіді вкажіть правильний на вашу думку варіант (А, Б, В, Г або Д). Правильний варіант треба вказати в рядку “Відповіді”.
- ☐ Завдання 1; 5; 13.1 — закритої форми, мають по чотири, п'ять або шість варіантів відповідей, позначені літерами, серед яких кілька варіантів є правильними. У відповіді вкажіть правильні на вашу думку варіанти (А, Б, В, Г або Д). Правильні варіанти треба вказати в рядку “Відповіді”.
- ☐ Завдання 2 - на встановлення відповідності. До кожного завдання, позначеного цифрами 1-3 потрібно дібрати один відповідник, позначений буквами А, Б, В, Г.
- ☐ Завдання 7.1 - на встановлення послідовності розв'язання задачі. Серед варіантів відповідей потрібно вказати той, у якому правильно визначено логічну покроковість у знаходженні невідомої величини.
- ☐ Підзавдання 7.1 — закритої форми на встановлення істинності твердження, де треба зробити певні обрахунки і обрати один з варіантів: “Так” — якщо твердження правильне, “Ні” — якщо твердження хибне.

- ☐ Завдання 13.3 передбачає виконання схематичного рисунка, що дозволить перевірити наскільки учень/учениця розуміє проблемну ситуацію, яку запропоновано вирішити.
- ☐ Завдання 7.2; 8; 9.2; 10; 11; 12; 13.2 та 13.3 потребують короткої розгорнутої відповіді. Виконуючи ці завдання, учні / учениці мають навести розв'язки, включаючи всі етапи міркувань і обчислень. У кінцевій відповіді вони мають чітко вказати результат та одиниці виміру (за потреби).

На виконання всієї роботи передбачено **45 хвилин** (включно із читанням інструкцій і стимульного матеріалу).

Процедури нарахування балів за виконання завдань

Залежно від різновиду завдання під час перевірки відповідей учнів / учениць використовуємо різні підходи до нарахування балів. Ці підходи, а також максимальну кількість балів, яку можна отримати за виконання завдань різних видів, схарактеризовано в таблиці нижче.

Різновиди завдань у роботі

Тип завдання	Різновид	№ завдання	Оцінювання	Максимальна кількість балів за виконання завдань
Закрите	Завдання вибором кількох правильних відповідей (2x5)	1 (1.1)	Оцінюємо в 0; 1 або 2 бали 2 бали — якщо вказано всі правильні відповіді; 1 бал — якщо вписано одну правильну відповідь; 0 балів — якщо вказано усі відповіді неправильні, або відповіді не надано.	2
Закрите	Завдання з вибором кількох правильних відповідей (4x6)	1 (1.2)	Оцінюємо в 0; 1 або 2 бали 2 бали — якщо вказано усі чотири правильні відповіді; 1 бал — якщо вказано дві або три правильні відповіді; 0 балів — якщо вказано лише одну правильну відповідь або вказано усі відповіді неправильні, або відповіді не надано.	2

Тип завдання	Різновид	№ завдання	Оцінювання	Максимальна кількість балів за виконання завдань
Закрите	Завдання на встановлення відповідності (3x4). До кожного завдання, позначеного цифрами 1-3 потрібно дібрати один відповідник, позначений буквами А, Б, В, Г.	2	Оцінюємо в 0, 1, 2 або 3 бали: 3 бали — якщо вказано 3 правильні відповіді; 2 бали — якщо вказано 2 правильні відповіді; 1 бал — якщо вказано 1 правильну відповідь; . 0 балів — якщо вказано усі неправильні відповіді, або вказано незрозумілі відповіді, або відповіді не надано.	3
Закрите	Завдання вибором однієї правильної відповіді (1x3)	3	Оцінюємо в 0 або 1 бали: 1 бал — якщо вказано правильну відповідь; 0 балів — якщо вказано неправильну відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповіді не надано.	1
Закрите	Завдання вибором однієї правильної відповіді (1x4)	4	Оцінюємо в 0 або 1 бали: 1 бал — якщо вказано правильну відповідь; 0 балів — якщо вказано неправильну відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповіді не надано.	1
Закрите	Завдання з вибором кількох правильних відповідей (3x5)	5	Оцінюємо в 0 або 1 бали: 1 бал — якщо вказано всі 3 правильні відповіді; 0 балів — якщо вказано неправильну відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповіді не надано.	1

Тип завдання	Різновид	№ завдання	Оцінювання	Максимальна кількість балів за виконання завдань
Закрите	Завдання з вибором однієї правильної відповіді (1x6)	6	Оцінюємо в 0, 1 або 2 бали: 2 бали — якщо наведено правильний розв'язок і виконано всі інші інструкції щодо завдання; 1 бал — якщо наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Можливі 1–2 помилки або описки в обчисленнях і результатах, що не впливають на правильність подальшого розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною або неповною: правильно знайдено лише меншу сторону паралелограма, але помилково знайдено периметр. 0 балів — якщо наведено неправильний розв'язок, указано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	2
Закрите	Завдання з вибором однієї правильної відповіді (1x4)	7 (7.1)	Оцінюємо в 0 або 1 бали: 1 бал — якщо вказано правильну відповідь; 0 балів — якщо вказано неправильну відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповіді не надано.	1
Відкрите	Завдання з розгорнутою короткою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	7 (7.2)	Оцінюємо в 0, 1 або 2 бали: 2 бали — якщо наведено правильний розв'язок і виконано всі інші інструкції щодо завдання; 1 бал — якщо наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Можливі 1–2 помилки або описки в обчисленнях і результатах, що не впливають на правильність подальшого розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною. 0 балів — якщо наведено неправильний розв'язок, указано	2

Тип завдання	Різновид	№ завдання	Оцінювання	Максимальна кількість балів за виконання завдань
			неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	
Відкрите	Завдання розгорнутою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	8	Оцінюємо в 0, 1 або 2 бали: 2 бали — якщо наведено правильний розв'язок і виконано всі інші інструкції щодо завдання; 1 бал — якщо наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Можливі 1–2 помилки або описки в обчисленнях і результатах, що не впливають на правильність подальшого розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною. 0 балів — якщо наведено неправильний розв'язок, вказано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	2
Закрите	Завдання на встановлення істинності твердження	9 (9.1)	Оцінюємо в 0 або 1 бали: 1 бал — якщо вказано правильну відповідь; 0 балів — якщо вказано неправильну відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповіді не надано.	1
Відкрите	Завдання розгорнутою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	9 (9.2)	Оцінюємо в 0, 1, 2 або 3 бали: 3 бали — отримано правильну відповідь. Обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування; 2 бали — наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Деякі з ключових моментів розв'язування можуть бути обґрунтовано недостатньо. Можливі описки в обчисленнях або перетвореннях, що не впливають на	3

Тип завдання	Різновид	№ завдання	Оцінювання	Максимальна кількість балів за виконання завдань
			правильність відповіді / Отримана відповідь може бути неправильною або неповною; 1 бал — у правильній послідовності розв'язування є лише деякі етапи розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною. 0 балів — якщо наведено неправильний розв'язок, вказано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	
Відкрите	Завдання розгорнутою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	10	Оцінюємо в 0, 1 або 2 бали: 2 бали — якщо наведено правильний розв'язок і виконано всі інші інструкції щодо завдання; 1 бал — якщо наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Можливі 1–2 помилки або описки в обчисленнях і результатах, що не впливають на правильність подальшого розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною. 0 балів — якщо наведено неправильний розв'язок, вказано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	2
Відкрите	Завдання з розгорнутою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	11	Оцінюємо в 0, 1, 2 або 3 бали: 3 бали — отримано правильну відповідь. Обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування; 2 бали — наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Деякі з ключових моментів розв'язування можуть бути обґрунтовано недостатньо. Можливі описки в обчисленнях або перетвореннях, що не впливають на	3

Тип завдання	Різновид	№ завдання	Оцінювання	Максимальна кількість балів за виконання завдань
			правильність відповіді / Отримана відповідь може бути неправильною або неповною; 1 бал — у правильній послідовності розв'язування є лише деякі етапи розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною. 0 балів — якщо наведено неправильний розв'язок, вказано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	
Відкрите	Завдання розгорнутою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	12	Оцінюємо в 0, 1, 2 або 3 бали: 3 бали — отримано правильну відповідь. Обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування; 2 бали — наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Деякі з ключових моментів розв'язування можуть бути обґрунтовано недостатньо. Можливі описки в обчисленнях або перетвореннях, що не впливають на правильність відповіді / Отримана відповідь може бути неправильною або неповною; 1 бал — у правильній послідовності розв'язування є лише деякі етапи розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною. 0 балів — якщо наведено неправильний розв'язок, вказано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	3
Закрите	Завдання з вибором кількох правильних відповідей (3х4)	13 (13.1)	Оцінюємо в 0 або 1 бали: 1 бал — якщо вказано правильні відповіді;	1

Тип завдання	Різновид	№ завдання	Оцінювання	Максимальна кількість балів за виконання завдань
			0 балів — якщо вказано неправильну відповідь, або зазначено не всі правильні варіанти відповіді, або серед варіантів є неправильний, або відповіді не надано.	
Відкрите	Завдання розгорнутою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	13 (13.2)	Оцінюємо в 0, 1 або 2 бали: 2 бали — отримано правильну відповідь. Обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування; 1 бал — наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Деякі з ключових моментів розв'язування можуть бути обґрунтовано недостатньо або представлено лише деякі етапи розв'язування. Можливі описки в обчисленнях або перетвореннях, що не впливають на правильність відповіді / Отримана відповідь може бути неправильною або неповною; 0 балів — якщо наведено неправильний розв'язок, вказано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	2
Відкрите	Завдання розгорнутою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій) побудови рисунка до задачі, обґрунтування геометричних тверджень)	13 (13.3)	Оцінюємо в 0, 1, 2; 3 або 4 бали: 4 бали — отримано правильну відповідь. Обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування; та виконано схематичний рисунок до задачі; 3 бали — отримано правильну відповідь. Обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування; 2 бали — наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Деякі з ключових моментів розв'язування можуть бути обґрунтовано недостатньо. Можливі описки в	4

Тип завдання	Різновид	№ завдання	Оцінювання	Максимальна кількість балів за виконання завдань
			обчисленнях або перетвореннях, що не впливають на правильність відповіді / Отримана відповідь може бути неправильною або неповною; 1 бал — у правильній послідовності розв'язування є лише деякі етапи розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною. 0 балів — якщо наведено неправильний розв'язок, указано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	
РАЗОМ		13 (18)		36

За виконання всіх завдань роботи максимально можна набрати **36 “сирих” балів**, із них (за групами результатів зі свідоцтва досягнень):

- за групою результатів 1 — **12 балів**;
- за групою результатів 2 — **12 балів**;
- за групою результатів 3 — **12 балів**;

Важливо! За виконання одного завдання учень / учениця може отримати бали за однією або кількома групами результатів.

Розподіл балів за відповіді згідно з групами результатів наведено в таблиці “Бланк оцінювання відповідей за групами результатів”. Цей бланк доцільно використовувати для перевірки кожної учнівської роботи.

Для перевірки й оцінювання відповідей на закриті завдання, а також на відкриті завдання з короткою відповіддю треба керуватися стовпцями “Ключ”, “Коментар” і схемою нарахування балів за ці завдання відповідно до груп результатів.

Для перевірки й оцінювання відповіді на відкрите підзавдання 13.3 з розгорнутою короткою відповіддю необхідно додатково звернутись до опису, наведеному в розділі “Перевірка відповідей на відкриті завдання”.

Після перевірки відповідей учня / учениці набрані ним / нею бали переводять у шкалу 1 – 12. Оскільки загальна максимальна кількість балів за кожною групою результатів становить 12, переведення не потрібне: учень / учениця отримує оцінку за групою результатів відповідно до набраних балів.

Бланк оцінювання відповідей за групами результатів

Зав-да-н-ня	Підзав-дання	Ключ	Максимальний бал			Коментар	Бал, отриманий учнем/ученицею			Загальний бал
			ГР1	ГР2	ГР3		ГР1	ГР2	ГР3	
1	1.1	1.1 - А,Б	2							
1	1.2	1.2 - Б, В Д, Е	2							
2		1 - Б 2 - А 3 - В		3						
3		3 - А		1						
4		4 - В			1					
5		5 - А, Г, Д			1					
6		6 - Г	1	1						
7	7.1	7.1 - Б			1					
7	7.2	Кількість бордюрних плит $26:0,5=52$ шт	1		1	див. опис нижче				
8		Декоративна рамка у формі ромба. Периметр дорівнює 40 м.		1	1					

		40:4=10 м								
9	9.1	Ні			1	див. опис нижче				
	9.2	Обчислення виконано неправильно. Недостатня довжина лінії, щоб розмістити 4 ліхтаря	1	1	1	Допущено помилку при обчисленні довжини середньої лінії. див. опис нижче				
10		144°	1	1						
11		$\angle A=100^\circ$ $\angle B=80^\circ$ За вимогою гострий кут повинен бути не менше 45°. Креслення виконано правильно.	1	1	1	оскільки $80^\circ > 45^\circ$, то креслення виконано правильно див. опис нижче				
12		$r=12\text{м}$, $d=2r=12 \cdot 2=24\text{м}$ Ні , не можливо	1	1	1	Майданик не можливо розмістити на ділянці, оскільки одна з його сторін 26 м, а діаметр круга 24 м. див. опис нижче				
13	13.1	Б, В, Г			1					
	13.2	$P=4 \cdot 10=40\text{м}$	1	1						
	13.3	обидві форми є геометрично прийнятними, але потрібно врахувати їх	1	1	2	див. опис нижче У випадку квадрата пішохідні доріжки проходять вздовж протилежних сторін				

		розміщення.				квадрата. Для випадку ромба, - доріжки проходитимуть через дві протилежні вершини ромба, перпендикулярно до меншої діагоналі (10м). З позиції витрат, зокрема на насадження квітів, економічно вигідною формою буде квадрат.				
Разом		13 (18)	12	12	12					

Перевірка відповідей на відкриті завдання

Нижче наведено окремі зауваги, що стосуються перевірки завдань, які передбачають надання відкритої відповіді та нарахування балів за виконання яких потребує особливої уваги.

Завдання 7

Обрамлення навколо овальної клумби виконано у формі рівнобічної трапеції з допомогою бордюрних плит. Довжини основ трапеції становлять 10 м та 6 м, а довжина бічної сторони дорівнює 5 м. Визначте кількість бордюрних плит, використаних для обрамлення, якщо довжина однієї бордюрної плити становить 0,5 м.

Завдання:

7.1. Установіть послідовність кроків для знаходження периметра обрамлення клумби та вкажіть варіант **A - Г** у відповіді :

1. Записати формулу периметра обрамлення.
2. Визначити форму обрамлення.

3. Знайти довжину другої бічної сторони, скориставшись означенням рівнобічної трапеції,
4. Підставити відомі значення довжин сторін у формулу периметра.
5. Записати числове значення периметра.

Розв'язання. Послідовність кроків для знаходження периметра обрамлення клумби

2; 1; 3; 4; 5

Щоб знайти периметр трапеції, яка обрамлює клумбу, виконайте такі дії:

1. Визначити форму обрамлення: Обрамлення має форму рівнобічної трапеції.
2. Записати формулу периметра: Периметр трапеції (P) дорівнює сумі довжин її основ (a , b) та двох бічних сторін (c):
 $P=a+b+c+c$, або $P=a+b+2c$.
3. Знайти довжину другої бічної сторони, скориставшись означенням рівнобічної трапеції,
4. Підставити відомі значення: Підставити задані довжини основ (10 м та 6 м) та бічної сторони (5 м) у формулу.
5. Записати числове значення периметра.

Розв'язання задачі

7.2 Знаходження периметра обрамлення (трапеції) Довжина верхньої основи $a=6$ м.

Довжина нижньої основи $b=10$ м.

Довжина бічної сторони $c=5$ м.

$$P=a+b+2c.$$

$$P=26 \text{ м.}$$

Периметр обрамлення клумби становить 26 метрів.

Визначення кількості бордюрних плит

Загальна довжина обрамлення = 26 м

Довжина однієї плити = 0,5 м

Кількість плит = $26 \text{ м} / 0,5 \text{ м}$. Кількість плит = 52.

Відповідь: Для обрамлення клумби використано 52 бордюрні плити.

Завдання 9

Команда інженерів проводить розрахунки для проєкту освітлення нової зони відпочинку "Панорама", яка має форму рівнобічної трапеції ABCD. Відомі виміри основ трапеції: нижня основа AD=14 м, верхня основа BC=8 м. Згідно з проєктом ландшафтного дизайну, чотири ліхтарі мають бути встановлені уздовж уявної середньої лінії трапеції. Інженери визначили, що відстань між сусідніми ліхтарями, а також відстань від крайніх ліхтарів до бічних сторін трапеції, має бути однаковою при їх рівномірному розташуванні та становити 4 метри.

Проаналізуйте надані дані:

9.1. Чи є ці виміри **коректними** для даної трапеції? Оберіть один з варіантів “Так” або “Ні” та вкажіть його у відповіді:

Відповідь: *Ні*

9.2. Обґрунтуйте свою відповідь.

Довжина середньої лінії (m):

$$m = \frac{AD+BC}{2} = \frac{14\text{ м}+8\text{ м}}{2} = 11\text{ (м)}.$$

Варіант 1. На середній лінії довжиною 11 м потрібно розмістити 4 ліхтарі. Це створює 5 однакових проміжків (від бічної стіни до першого ліхтаря, між ліхтарями, від останнього ліхтаря до іншої бічної стіни).

Довжина одного проміжку

$$11\text{ м} : 5 = 2,2\text{ (м)}.$$

Варіант 2.

За умовою 4 ліхтаря, проміжків 5. Загальна довжина, необхідна для розміщення 4 ліхтарів: $4 \cdot 5 = 20$ (м) Фактична довжина середньої лінії 11 м, необхідна довжина 20 м

Висновок: Інженерний розрахунок про відстань 4 м є **неправильним**. Коректна відстань при рівномірному розташуванні має бути 2,2 м.

Завдання 10

Відомий поціновувач абстрактного мистецтва замовив незвичайний проєкт альтанки, під назвою “Гармонія кутів”. Щоб підкреслити свою дивакуватість, замовник висунув жорстку геометричну вимогу: форма альтанки має бути такою, що три його кути рівні, а четвертий удвічі більший за кожного з них. Знайдіть величину найбільшого кута чотирикутника.

Розв'язання задачі

Нехай x - величина меншого з кутів.

$$x+x+x+2x=360^\circ$$

$$5x=360^\circ$$

$$x=360^\circ:5$$

$$x=72^\circ \text{ (кожен з трьох рівних кутів).}$$

$$\text{Четвертий кут в два рази більший: } 72^\circ \cdot 2=144^\circ.$$

Відповідь: 144° .

Завдання 11

Архітектор розробив креслення майданчика для відпочинку у формі паралелограма ABCD\.. Для подальшого будівництва інженер має перевірити правильність цього креслення та його відповідність будівельним нормам. На кресленні міри сусідніх кутів позначені виразами:

$$\angle A = 3x + 10^\circ, \angle B = 2x + 20^\circ$$

Згідно з технічними вимогами проєкту, гострий кут паралелограма повинен мати величину не меншу за 45° .

Визначте величину гострого кута та зробіть висновок: чи відповідає дане креслення будівельним нормам та вимогам проєкту? Обґрунтуйте свою відповідь.

Розв'язання задачі

Сума сусудніх кутів складає 180° .

$$(3x+10^\circ) + (2x+20^\circ)=180^\circ,$$

$$5x+30^\circ=180^\circ,$$

$$5x=150^\circ,$$

$$x=150^\circ:5,$$

$$x=30^\circ.$$

$$\angle A=3x+10^\circ=3 \cdot 30^\circ+10^\circ=90^\circ+10^\circ=100^\circ$$

$$\angle B=2x+20^\circ=2 \cdot 30^\circ+20^\circ=60^\circ+20^\circ=80^\circ$$

Відповідь: За вимогою гострий кут повинен бути не менше 45° . Креслення виконано правильно: кут 80° .

Завдання 12

Інженери під час реконструкції парку вирішили перенести дитячий майданчик на нову територію. Для цього було виділено ділянку у формі круга радіусом **12 м**. Старий майданчик мав форму рівнобічної трапеції з основами **8 м** і **4 м**, а також бічними сторонами по **6 м**. Щоб облаштувати зручні місця дітям для ігор, вирішено **збільшити розміри майданчика, не змінюючи його форми**. Нові розміри майданчика: бічні сторони по 10 м, різниця основ — 8 м. Периметр = 64 м. Чи поміститься новий майданчик на виділеній ділянці? Відповідь обґрунтуйте.

Розв'язання задачі

Новий майданчик не поміститься на виділеній ділянці, оскільки його максимальний розмір (довжина більшої основи, яка становить 26 м) перевищує діаметр виділеної ділянки (24 м).

Використовуючи дані про периметр $P = 64$ (м), довжину бічної сторони $c = 10$ м та різницю основ $b - a = 8$ (м), знайдемо довжини основ a та b . Формула периметра рівнобічної трапеції: $P = a + b + 2c$. Підставимо відомі значення:

$$64 = a + b + 2 \cdot 10,$$

$$64 = a + b + 20,$$

$$a + b = 44.$$

Маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} a + b = 44, \\ b - a = 8 \end{cases}$$

$$b = 26 \text{ м.}$$

$$a = 18 \text{ м.}$$

Виділена ділянка має форму круга радіусом $R = 12$ м. Діаметр круга D становить: $D = 24$ м. Найбільший лінійний розмір трапеції — це довжина її більшої основи, яка дорівнює 26 м. Порівнюємо максимальний розмір майданчика з діаметром ділянки: $26 \text{ м} > 24 \text{ м}$.

Висновок: Оскільки довжина майданчика (26 м) більша за максимальний простір, доступний усередині кола (діаметр 24 м), майданчик фізично не поміститься на цій ділянці.

Завдання 13

Команда ландшафтних дизайнерів і архітекторів працюють над реконструкцією частини Стрийського парку у Львові.

Завдання команди — визначити оптимальну форму для центральної клумби, обираючи її між квадратом і ромбом, зважаючи на функціональність та економічну вигоду (*витрати на обрамлення, квіткові насадження тощо*). Відомо, що одна з діагоналей клумби у формі ромба дорівнює 10 м.

13.2. Інженерно-економічний відділ здійснює розрахунок потрібної кількості плитки для обрамлення центральної клумби, якщо її буде виконано у формі ромба.

Завдання:

Визначте периметр клумби, якщо менша діагональ дорівнюватиме 10 м та гострий кут — 60° .

Розв'язання задачі

Менша діагональ, лежить навпроти гострого кута $\alpha = 60^\circ$. Якщо $\alpha = 60^\circ$, то трикутник, одна сторона якого є меншою діагоналлю, буде рівнобедреним. Оскільки кут $\alpha = 60^\circ$, то інші два кути трикутника - рівні: $(180^\circ - 60^\circ) // 2 = 60^\circ$. Трикутник - рівносторонній. Сторона дорівнює діагоналі 10 м. $P = 4 \cdot 10 = 40$ (м).

Відповідь: 40 м.

13.3. По обидва боки центральної клумби планується облаштування пішохідних доріжок. Ширина кожної доріжки становить 2 м. Загальна ширина ділянки, що включає клумбу з доріжками, не повинна перевищувати 14 м.

Завдання:

Команда архітекторів має визначитись із формою центральної клумби — квадрат або ромб — за умови, що периметр квадрата дорівнює периметру ромба. Допоможіть архітекторам вибрати можливу геометричну форму клумби за зазначених вище умов. Виконайте схематичний рисунок для розв'язання завдання. Обґрунтуйте відповідь.

Розв'язання задачі

Загальна ширина ділянки не повинна перевищувати 14 м. Ширина двох доріжок становить 4 м. Отже, максимальна ширина клумби складає 10 м.

Квадрат: Ширина квадрата дорівнює його стороні a . Отже, $a \leq 10$. Периметр квадрата $P=4a$.

Ромб: Висота (ширина ромба) менша сторони a . Периметр ромба $P=4a$.

Обидві форми можливі за умови дотримання обмежень на ширину. Однак, квадрат максимізує площу при заданому периметрі порівняно з будь-яким іншим паралелограмом (включаючи ромб), що може бути бажаним для клумби.

Схематичний рисунок повинен зображати центральну клумбу (квадрат або ромб) між двома паралельними доріжками шириною 2 м кожна. Загальна ширина всієї ділянки має бути позначена як ≤ 14 м, а ширина клумби як ≤ 10 м.

Відповідь: Обидві геометричні форми, квадрат та ромб, можливі за зазначених умов, оскільки при рівних периметрах (і відповідно рівних довжинах сторін a їхня ширина обмежена (висота h для ромба) може бути обмежена до 10 м (також менша діагональ ромба за умови рівності гострого кута 60° теж рівна 10 м). Максимальна ширина ділянки становить 14 м, ширина клумби – не більше 10 м.