

ПІДСУМКОВА ПРОМІЖНА РОБОТА

8 клас, ІІ семестр, Геометрія

ОЦІНЮВАННЯ РОБОТИ

Загальна характеристика роботи

Роботу побудовано навколо стимульного матеріалу – описом подорожі математичним табором “Піфагорія”, де потрібно застосувати знання й уміння з геометрії.

Загалом робота містить 19 завдань різних типів.

Завдання 1, 5, 10, 17 – це завдання закритої форми, мають по чотири варіанти відповіді, позначених літерами, серед яких лише один варіант правильний. У рядку “Відповідь” після цих завдань укажіть правильний, на вашу думку, варіант (А, Б, В або Г).

- Завдання 2 – це завдання закритої форми на встановлення відповідності (6х7).
- Завдання 8 – це завдання закритої форми на встановлення відповідності (3х3).
- Завдання 14 – це завдання закритої форми на встановлення відповідності (4х5).
- Завдання 3, 4, 6 та 9 – на встановлення послідовності з вибором однієї правильної відповіді (1х4).
- Завдання 7, 11, 12, 13, 16, 18 та 19 потребують надання короткої розгорнутої відповіді. Виконуючи ці завдання, учні / учениці мають навести розв’язки, включаючи всі етапи міркувань і обчислень. У кінцевій відповіді вони мають чітко вказати результат та одиниці виміру (за потреби).

На виконання всієї роботи передбачено **45 хвилин** (включно із читанням інструкцій і стимульного матеріалу).

Процедури нарахування балів за виконання завдань

Залежно від різновиду завдання під час перевірки відповідей учнів / учениць використовуємо різні підходи до нарахування балів. Ці підходи, а також максимальну кількість балів, яку можна отримати за виконання завдань різних видів, схарактеризовано в таблиці нижче.

Різновиди завдань у роботі

Тип завдання	Різновид	№ завдання	Оцінювання	Максимальна кількість балів за виконання завдань
Закрите	Завдання з вибором однієї правильної відповіді (1х4)	1	Оцінюємо в 0 або 1 бал: 1 бал – якщо вказано правильну відповідь; 0 балів – якщо вказано неправильну відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповіді не надано.	1
Закрите	Завдання з встановлення відповідності (5х6)	2	Оцінюємо в 0 або 1, 2 бали: 2 бал – якщо вказано правильну відповідь; 1 бал – якщо вказано 3-4 правильні відповіді; 0 балів – якщо вказано неправильну відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповіді не надано.	2
Закрите	Завдання на встановлення послідовності з вибором однієї правильної відповіді (1х4)	3	Оцінюємо в 0 або 3 бали: 3 бали – якщо вказано правильну відповідь В; 0 балів – якщо вказано неправильну відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповіді не надано.	3
Закрите	Завдання на встановлення послідовності з вибором однієї правильної відповіді (1х4)	4	Оцінюємо в 0 або 1, 2 бали: 2 бали – правильний порядок кроків без помилок; 1 бал – частково правильний порядок; 0 балів – якщо вказано неправильну відповідь, або відповіді не надано, або вибрано більше ніж одну відповідь.	2
Закрите	Завдання на встановлення істинності твердження (1х4)	5	Оцінюємо в 0 або 1 бал: 1 бал – правильний вибір відповіді; 0 балів – якщо вказано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	1

Тип завдання	Різновид	№ завдання	Оцінювання	Максимальна кількість балів за виконання завдань
Закрите	Завдання з встановлення послідовності (1x4)	6	Оцінюємо в 0 або 1 бал: 1 бал – правильна послідовність; 0 балів – якщо вказано неправильну відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповіді не надано.	1
Відкрите	Завдання розгорнутою короткою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	7	Оцінюємо в 0 або 1, 2 бали: 2 бали – правильна модель і результат (3 м); 1 бал – правильна формула, але арифметична помилка, можливо 1 негруба помилка або описка; 0 балів – якщо вказано неправильну відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповіді не надано.	2
Закрите	Завдання з встановлення відповідності (3x3)	8	Оцінюємо в 0, 1 або 2 бали: 2 бали – правильний результат 1В, 2А, 3Б; 1 бал – лише частково правильна відповідь; 0 балів – якщо вказано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	2
Закрите	Завдання зі встановлення послідовності (1x4)	9	Оцінюємо в 0 або 2 бали: 2 бали – правильна відповідь; 0 балів – якщо вказано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	2
Закрите	Завдання з вибором однієї правильної відповіді (1x4)	10	Оцінюємо в 0 або 2 бали: 2 бали – правильна модель і результат (30°) Б; 0 балів – якщо вказано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	2
Відкрите	Завдання розгорнутою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	11	Оцінюємо в 0, 1 або 2, 3 бали: 3 бали – обчислено діагональ, пояснено середину, правильний результат; 2 бали – правильна діагональ, але без ділення;	3

Тип завдання	Різновид	№ завдання	Оцінювання	Максимальна кількість балів за виконання завдань
			1 бал – лише формула; 0 балів – якщо наведено неправильний розв'язок, указано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	
Відкрите	Завдання розгорнутою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	12	Оцінюємо в 0, 1 або 2 бали: 2 бали – правильна модель, отримано відповідь 150 см; 1 бал – правильна ідея, але помилка; 0 балів – якщо наведено неправильний розв'язок, указано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	2
Відкрите	Завдання розгорнутою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	13	Оцінюємо в 0 або 1, 2 бали: 2 бали – правильно встановлено, що висота є медіаною та що прямокутний трикутник є рівнобедреним, і отримано відповідь 75 см; 1 бал – часткове обчислення; 0 балів – якщо вказано неправильну відповідь.	2
Закрите	Встановлення відповідності (4×5)	14	Оцінюємо в 0 або 1 бал: 1 бал – правильна відповідь; 0 балів – якщо наведено неправильний розв'язок, указано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	1
Закрите	Вибір правильного твердження (1×4)	15	Оцінюємо в 0 або 2 бали: 2 бали – правильна відповідь; 0 балів – якщо указано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	2
Відкрите	Завдання розгорнутою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	16	Оцінюємо в 0, 1 або 2 бали: 2 бали – правильний аналіз співвідношення, знайдено сторони квадратів, периметр трикутника; 1 бал – частково правильний аналіз, негруба помилка; 0 балів – якщо наведено	2

Тип завдання	Різновид	№ завдання	Оцінювання	Максимальна кількість балів за виконання завдань
			неправильний розв'язок, указано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	
Закрите	Вибір правильного твердження (1×4)	17	Оцінюємо в 0 або 1 бал: 1 бал – правильний висновок; 0 балів – якщо указано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	1
Відкрите	Завдання розгорнутою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	18	Оцінюємо в 0, 1 або 2, 3 бали: 3 бали – правильний аналіз і пояснення, розглянуто два прямокутні трикутники, знайдено невідомі сторони та відстань; 2 бали – часткове пояснення; 1 бал – часткова правильна ідея; 0 балів – якщо наведено неправильний розв'язок, указано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	3
Відкрите	Завдання розгорнутою відповіддю (на введення короткого ходу розв'язку задачі, алгоритму (послідовності дій))	19	Оцінюємо в 0, 1 або 2 бали: 2 бали – правильний аналіз і узагальнення, розглянуто прямокутний трикутник, з поясненнями; 1 бал – частково правильна відповідь; 0 балів – якщо наведено неправильний розв'язок, указано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.	2
РАЗОМ		19		36

За виконання всіх завдань роботи максимально можна набрати **36 “сирих” балів**, із них (за групами результатів зі свідоцтва досягнень):

- за групою результатів 1 — **12 балів**;
- за групою результатів 2 — **12 балів**;
- за групою результатів 3 — **12 балів**;

Важливо! За виконання одного завдання учень / учениця може отримати бали за однією або кількома групами результатів.

Розподіл балів за відповіді згідно з групами результатів наведено в таблиці “Бланк оцінювання відповідей за групами результатів”. Цей бланк доцільно використовувати для перевірки кожної учнівської роботи.

Для перевірки й оцінювання відповідей на закриті завдання, а також на відкриті завдання з короткою відповіддю треба керуватися стовпцями “Ключ”, “Коментар” і схемою нарахування балів за ці завдання відповідно до груп результатів.

Після перевірки відповідей учня / учениці набрані ним/нею бали переводять у шкалу 1 – 12. Оскільки загальна максимальна кількість балів за кожною групою результатів становить 12, переведення не потрібне: учень / учениця отримує оцінку за групою результатів відповідно до набраних балів.

Бланк оцінювання відповідей за групами результатів

Завдання	Підзавдання	Ключ	Максимальний бал			Коментар	Бал, отриманий учнем / ученицею			Загальний бал
			ГР1	ГР2	ГР3		ГР1	ГР2	ГР3	
1		В	1							
2		1-А, 2-В, 3-Д, 4-Б, 5-Г			1					
3		В	3							
4		В	2							
5		Г	1							
6		Г	1							
7		3м		2						
8		1В, 2А, 3Б;	2							
9		Б			3					
10		30° Б;	2							
11		12,5 м		3						
12		150 см		2						
13		75 см;			2					
14		1-Г, 2-А, 3-В, 4-Б			1					
15		А			2					
16		24 м		2						
17		В			1					
18		16+5=21 м		3						
19		24 км			2					
Разом			12	12	12					

Перевірка відповідей на відкриті завдання

Нижче наведено окремі зауваги, що стосуються перевірки завдань, які передбачають надання відкритої відповіді та нарахування балів, виконання яких потребує особливої уваги.

Завдання 7

Висота оглядової вежі становить 4 м. До вершини вежі приставлено драбину довжиною 5 м, яка утворює прямокутний трикутник із вежею та поверхнею землі (як зображено на малюнку). Знайдіть відстань від основи вежі до точки опори драбини на землі.

Розв'язання:

Висота вежі $AB = 4$ м – це катет, драбина $AC = 5$ м – це гіпотенуза, відстань від основи вежі до точки опори драбини BC – катет, який потрібно знайти.

Розглянуто трикутник та зазначено, що є прямокутним.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ (за теоремою Піфагора)}$$

$$5^2 = 4^2 + x^2$$

$$25 = 16 + x^2$$

$$x^2 = 25 - 16$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3$$

Відповідь: $BC=3$ м.

УКАЗІВКИ ЩОДО ОЦІНЮВАННЯ

Оцінюємо в 0 або 1, 2 бали:

- 2 бали – правильна модель і результат (3 м);
- 1 бал – правильна формула, але є арифметична помилка, можливо 1 негруба помилка або описка;

Завдання 11

Після довгого шляху мандрівники зупинилися перепочити на прямокутній галявині розмірами 7 м × 24 м. У одному з кутів галявини вони встановили намет, а в протилежному куті розташована вежа. На безпечній відстані, тобто посередині між наметом і вежею, мандрівники розвели багаття. Знайдіть відстань від намету до багаття.

Розв'язання:

Галявина має форму прямокутника зі сторонами: $AB=24$ м, $AD=7$ м. Намет розташований у куті А, вежа – у протилежному куті С.

Отже, відстань від намету до вежі – це діагональ прямокутника АС.

Багаття розташоване посередині між наметом і вежею, тобто на середині діагоналі.

Знайдемо діагональ прямокутника АС:

За теоремою Піфагора:

$$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{24^2 + 7^2}$$

$$AC = \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} = 25 \text{ м.}$$

Багаття знаходиться посередині між наметом і вежею, тому відстань від намету до багаття становить половину діагоналі:

$$AF = \frac{AC}{2} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ м.}$$

Відповідь: 12,5 м.

УКАЗІВКИ ЩОДО ОЦІНЮВАННЯ

Оцінюємо в 0, 1 або 2, 3 бали:

- 3 бали – обчислено діагональ, пояснено середину, правильний результат;
- 2 бали – правильна діагональ, але без ділення;
- 1 бал – лише формула;
- 0 балів – якщо наведено неправильний розв'язок, вказано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.

Завдання 12

Намет учнів має форму рівнобедреного трикутника і натягнутий мотузками. Відстань між кріпленнями намету (основа трикутника) становить 180 см, а висота намету дорівнює 120 см. Знайдіть довжину мотузки, якою натягнуто намет.

Розв'язання:

Трикутник рівнобедрений, висота CD-медіана, бісектриса, висота ділить основу навпіл:

$$AD = DB = \frac{180}{2} = 90 \text{ см.}$$

За теоремою Піфагора: $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$$AC^2 = 90^2 + 120^2$$

$$AC^2 = 8100 + 14400 = 22500$$

$$AC = \sqrt{22500} = 150 \text{ см.}$$

Відповідь: 150 м.

УКАЗІВКИ ЩОДО ОЦІНЮВАННЯ

Оцінюємо в 0, 1 або 2 бали:

- 2 бали – правильна модель, отримано відповідь 150 см;
- 1 бал – правильна ідея, але помилка в обчисленні;
- 0 балів – якщо наведено неправильний розв'язок, вказано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.

Завдання 13

На галявині стоїть гірка для скелелазіння у формі рівнобедреного трикутника, бічні сторони якого нахилені під кутом 45° до поверхні землі. Відстань між кінцями гірки, що є основою трикутника, дорівнює 150 см. Яка висота гірки для скелелазіння?

Розв'язання:

Трикутник ABC - рівнобедрений,

$$AB = AC \text{ (за власт. рівнобедреного трикутника).}$$

$\angle B = \angle C = 45^\circ$ (за власт. кутів при основі рівнобедреного трикутника).

AD-висота, медіана, бісектриса

$$BD = DC = \frac{150}{2} = 75 \text{ см.}$$

ABD -прямокутний трикутник, $\angle ADB = 90^\circ$.

$$\angle ABD = 45^\circ,$$

отже, трикутник ABD — рівнобедрений прямокутний.

$$AD = BD.$$

$$AD = 75 \text{ см.}$$

Відповідь: 75 см.

УКАЗІВКИ ЩОДО ОЦІНЮВАННЯ

Оцінюємо в 0 або 1, 2 бали:

- 2 бали – правильно встановлено, що висота є медіаною та що прямокутний трикутник є рівнобедреним, і отримано відповідь 75 см;
- 1 бал – часткове обчислення;
- 0 балів – якщо вказано неправильну відповідь.

Завдання 16

“Піфагорія” розташована на мальовничому узбережжі Егейського моря. Це місто зберігає спадщину античного світу та носить ім'я Піфагора - видатного вченого-математика. Три галявини оточують чарівний замок Піфагорії у вигляді квадратів (як зображено на рисунку). Знайдіть периметр огорожі навколо замку, якщо площі галявин 36 м^2 , 64 м^2 , 100 м^2 .

Розв'язання:

$$S_1 = 36 \text{ м}^2, S_2 = 64 \text{ м}^2, S_3 = 100 \text{ м}^2.$$

$$S = a^2, a = \sqrt{S}$$

$$a_1 = \sqrt{36} = 6 \text{ м,}$$

$$a_2 = \sqrt{64} = 8 \text{ м,}$$

$$a_3 = \sqrt{100} = 10 \text{ м.}$$

$$P = AB + BC + AC = 6 + 8 + 10 = 24 \text{ м.}$$

Відповідь: 24 м.

УКАЗІВКИ ЩОДО ОЦІНЮВАННЯ

Оцінюємо в 0, 1 або 2 бали:

- 2 бали – правильний аналіз співвідношення, знайдено сторони квадратів, периметр трикутника;
- 1 бал – частково правильний аналіз, негруба помилка;
- 0 балів – якщо наведено неправильний розв'язок, вказано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.

Завдання 18

Дві вежі розміщені на певній відстані одна від одної. Від їхніх верхів до однієї точки на землі натягнуто дві мотузки (див. рисунок). Висота першої вежі становить 30 м, другої – 12 м. Від вершини першої вежі до точки кріплення на землі натягнуто мотузку довжиною 34 м, а від вершини другої – 13 м. Знайдіть відстань між основами цих веж.

$$A_1B_1 = 30 \text{ м},$$

$$A_2B_2 = 12 \text{ м}.$$

$$A_1C = 34 \text{ м},$$

$$A_2C = 13 \text{ м}.$$

Знайти B_1B_2 .

Розв'язання:

$$\triangle A_1B_1C,$$

$$A_1C^2 = A_1B_1^2 + B_1C^2$$

$$34^2 = 30^2 + B_1C^2$$

$$1156 = 900 + B_1C^2$$

$$B_1C^2 = 256$$

$$B_1C = 16 \text{ м}.$$

$$\triangle A_2B_2C.$$

$$A_2C^2 = A_2B_2^2 + B_2C^2$$

$$13^2 = 12^2 + B_2C^2$$

$$169 = 144 + B_2C^2$$

$$B_2C^2 = 25$$

$$B_2C = 5 \text{ м}.$$

$$B_1B_2 = B_1C + B_2C = 16 + 5 = 21 \text{ м}.$$

Відповідь: 21м.

УКАЗІВКИ ЩОДО ОЦІНЮВАННЯ

Оцінюємо в 0, 1 або 2, 3 бали:

- 3 бали – правильний аналіз і пояснення, розглянуто два прямокутні трикутники, знайдено невідомі сторони та відстань;
- 2 бали – часткове пояснення або розв'язання;
- 1 бал – часткова правильна ідея;
- 0 балів – якщо наведено неправильний розв'язок, указано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.

Завдання 19

Місто “Піфагорія” розташовано на території, що має форму прямокутної трапеції. Менша основа трапеції становить 6 км, більша основа – 10 км, а менша бічна сторона – 3 км. Обчисліть довжину огорожі, необхідної для огороження усієї території міста “Піфагорія”.

ABCD прямокутна трапеція

AD=6 км — менша основа,

BC=10 км — більша основа,

AB=3 км — перпендикуляр до основ, висот

Розв’язання:

від точки D опускаємо перпендикуляр до нижньої основи BC, і маємо прямокутний трикутник із катетами:

один катет дорівнює різниці основ:

$$BC - AD = 10 - 6 = 4 \text{ км},$$

другий катет — висота $AB = 3$ км.

$$CD = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ км. (1 бал)}$$

Периметр трапеції:

$$P = AB + BC + CD + AD$$

$$P = 3 + 10 + 5 + 6 = 24 \text{ км.}$$

Відповідь: для огороження міста “Піфагорія” потрібно 24 км огорожі. (1 бал)

УКАЗІВКИ ЩОДО ОЦІНЮВАННЯ

Оцінюємо в 0, 1 або 2 бали:

- 2 бали – правильний аналіз і узагальнення, розглянуто прямокутний трикутник, з поясненнями;
- 1 бал – частково правильна відповідь;
- 0 балів – якщо наведено неправильний розв’язок, указано неправильну відповідь, або вказано незрозумілу відповідь, або відповіді не надано.